

Leçon 125 : Extension de corps. Exemples et applications.

1 Généralités (Perrin)

1.1 Définitions et premières propriétés

- Définition + exemples
- Remarques sur le côté espace vectoriel + déf du degré
- Base télescopique + multiplicativité du degré
- Partie qui engendre
- Définition de $K(a)$ et $K[a]$

1.2 Éléments transcendants et algébriques

- Définition du morphisme φ
- Définition de transcendant et algébrique + exemples
- Si α transcendant, $K[\alpha] \cong K[T]$ et $K(\alpha) \cong K(T)$
- Équivalence des éléments algébriques
- Définitions extensions finies/algébriques
- L'ensemble des éléments algébriques est un sous-corps
- Exemple de $\overline{\mathbb{Q}}$
- Définition + exemples d'algébriquement clos

2 Lien avec les polynômes (Perrin)

2.1 Corps de rupture et de décomposition

- Définition corps de rupture + théorème d'existence + exemple
- Définition corps décomposition + théorème d'existence + exemple
- Définition clôture algébrique + exemple

2.2 Corps finis

- Caractéristique + Frobenius
- Existence et unicité des corps finis
- Les inversibles d'un corps finis est un groupe cyclique
- Dév 1 : Décomposition de $X^{p^n} - X$
- Algorithme de Berlekamp

3 Nombres constructibles (Tauvel)

- Définition des points constructibles
- Amas de lemme/théorèmes préparant les deux prochains théorèmes
- Dév 2 : Un sens du théorème de Gauss